

- Be careful not to catch a cold.

"Take care of not catching a cold!!"は少し不自然です。

「風邪ひかないようにね！」は "Be careful not to catch a cold" の方が自然です。

"Take care" はそれより、最後の挨拶で、「またね」見たいな使い方があります。

- Take care. Don't catch a cold!

Take care. というのは、略さずに言えば、  
Take (a good) care of yourself. ということです。

ですから、  
Take care of not catching a cold!!  
は変だということがお分かりいただけるのではないのでしょうか。

風邪を引かないように、と言いたいのであれば、  
別々に以下のように言うのはいかがでしょうか？

Take care. Don't catch a cold!

Don't let the cold bugs get you~

- Stay healthy!

風邪ひかないようにね！は、私も娘によく言います。

子供にぴったりなのは、以下の言い方↓

- 1) Don't let the cold bugs get you  
=風邪の虫に捕まらないでね=風邪ひかないでね

これは、よく絵本などで出てくる有名なイディオム、「おやすみなさい」のあいさつで使われる、Don't let the bedbugs bite you=トコジラミにかまれないでね=おやすみなさい、からきてます。

Bugs は昆虫のほかに、「ウイルス」と言う意味で使われることも。

I think I got stomach bugs =お腹の虫を得たみたいだ=お腹の調子がわるい、となります。

または、「風邪ひかないでね！」は「健康でいてね！」とも言い換えれるので、

- 2) Stay healthy! とも言えます。